

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

10 класс

18 мая 2016 года

Вариант МА00609

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

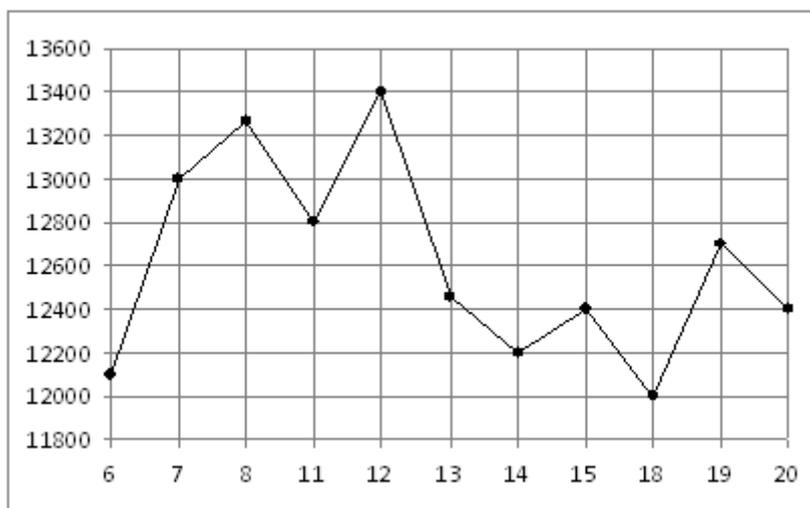
Часть 1

Ответом к каждому заданию является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** Студентами технических вузов собираются стать 49 выпускников школы. Они составляют 28 % от числа выпускников. Сколько в школе выпускников?

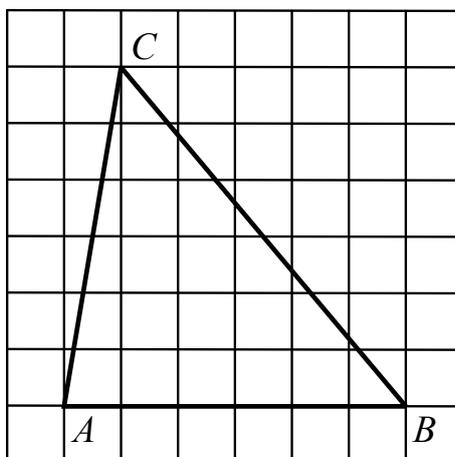
Ответ: _____.

- 2** На рисунке жирными точками показана цена никеля на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 6 по 20 мая 2009 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена тонны никеля в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку разность между наибольшей и наименьшей ценой никеля на момент закрытия торгов в указанный период (в долларах США за тонну).



Ответ: _____.

- 3 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник ABC . Найдите длину его средней линии, параллельной стороне AB .



Ответ: _____.

- 4 В соревнованиях по толканию ядра участвуют 3 спортсмена из Дании, 6 спортсменов из Швеции, 4 спортсмена из Норвегии и 7 — из Финляндии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, выступающий последним, окажется из Норвегии.

Ответ: _____.

Выполните только ОДНО из заданий: 5.1 или 5.2.

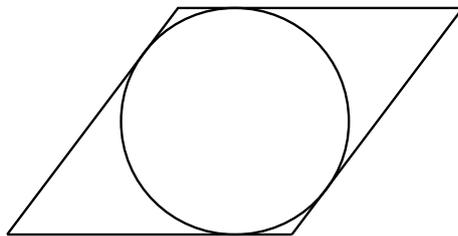
- 5.1 Найдите корень уравнения $\sqrt[6]{7-x} = 2$.

Ответ: _____.

- 5.2 Найдите корень уравнения $\log_2(7-x) = 6$.

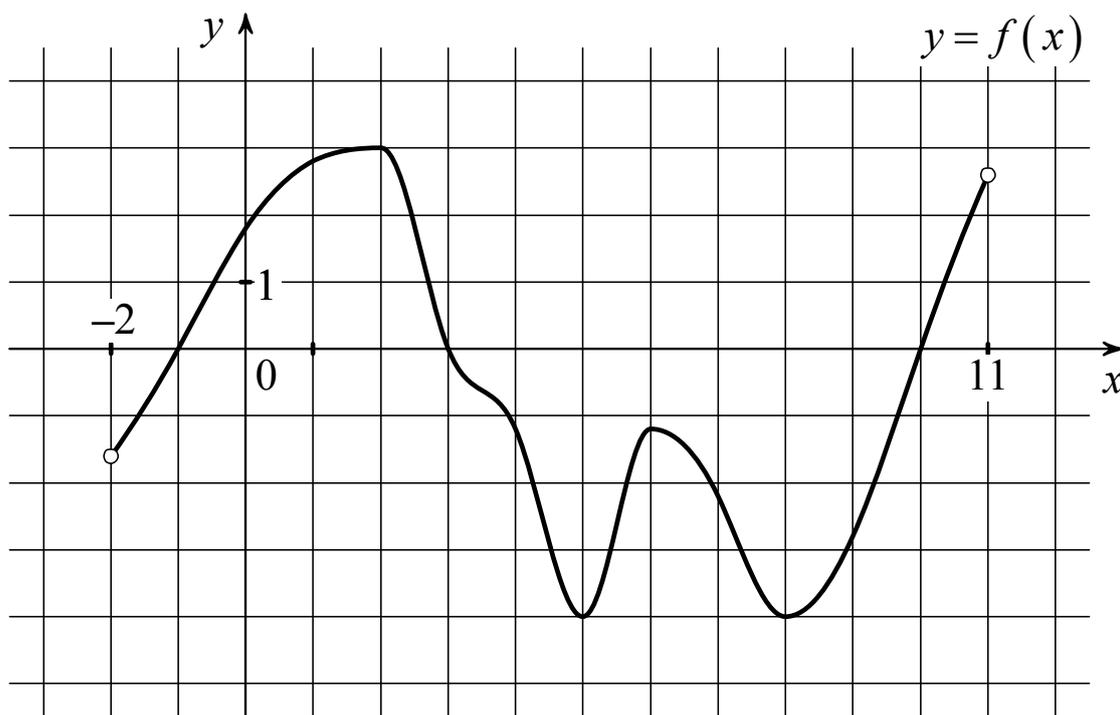
Ответ: _____.

- 6 Сторона ромба равна 88, острый угол равен 30° . Найдите радиус вписанной окружности этого ромба.



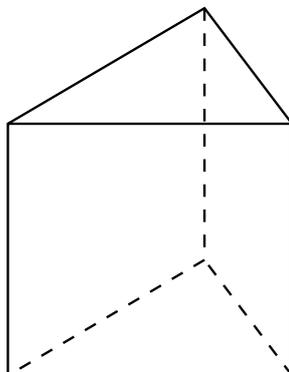
Ответ: _____.

- 7 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-2; 11)$. Найдите наименьшее значение функции $f(x)$ на отрезке $[2; 6]$.



Ответ: _____.

- 8 Основанием прямой треугольной призмы служит прямоугольный треугольник с катетами 3 и 4, высота призмы равна 10. Найдите площадь её поверхности.



Ответ: _____.

Часть 2

- 9 Найдите значение выражения $\frac{25(\sin^2 77^\circ - \cos^2 77^\circ)}{\cos 154^\circ}$.

Ответ: _____.

- 10 При температуре 0°C рельс имеет длину $l_0 = 10$ м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону $l(t) = l_0(1 + \alpha \cdot t)$, где $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (\text{°C})^{-1}$ — коэффициент теплового расширения, t — температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 9 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия.

Ответ: _____.

- 11 Плиточник должен уложить 168 м^2 плитки. Если он будет укладывать на 2 м^2 в день больше, чем запланировал, то закончит работу на 2 дня раньше. Сколько квадратных метров плитки в день планирует укладывать плиточник?

Ответ: _____.

Выберите и выполните только ОДНО из заданий 12.1 или 12.2.

12.1 Найдите точку минимума функции $y = (x + 5)^2 e^{2-x}$.

Ответ: _____.

12.2 Найдите точку минимума функции $y = x^3 - 6x^2 + 9x + 3$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $2 \sin x + \sqrt{2} \operatorname{tg} x = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

14 Дана правильная треугольная призма $ABCA_1B_1C_1$, все рёбра которой равны 6. Через точки A , C_1 и середину T ребра A_1B_1 проведена плоскость.

а) Докажите, что сечение призмы указанной плоскостью является прямоугольным треугольником.

б) Найдите угол между плоскостью сечения и плоскостью ACC_1 .

15 Решите неравенство

$$\frac{(x^2 + 5x + 4)(x + 1)}{x^2 + 6x + 8} + \frac{(x^2 + 4x + 3)(x + 1)}{x^2 + 5x + 6} \leq (x^2 + 1)(x^2 + 2x + 1).$$

16 Точка A расположена вне квадрата $KLMN$ с центром O , причём треугольник KAN прямоугольный ($\angle A = 90^\circ$) и $AK = 2AN$. Точка B — середина стороны KN .

а) Докажите, что прямая BM параллельна прямой AN .

б) Прямая AO пересекает сторону ML квадрата в точке P . Найдите отношение $LP : PM$.

17 В июле планируется взять кредит в банке на сумму 28 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:
— каждый январь долг возрастает на 25 % по сравнению с концом предыдущего года;
— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.
На сколько лет планируется взять кредит, если наибольший годовой платёж составит 9 млн рублей?

18 Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $(x^2 - 4x)^2 + a|4x - x^2| - 2a - 4 = 0$ имеет семь или восемь решений.

19 а) Приведите пример десяти таких различных двузначных чисел, среди которых ровно 5 делятся на 2, ровно 5 делятся на 3, ровно 5 делятся на 5 и ровно 3 делятся на 6.
б) Существуют ли такие десять различных двузначных чисел, среди которых ровно 7 делятся на 3, ровно 7 делятся на 5, ровно 7 делятся на 7?
в) Про десять различных двузначных чисел известно, что наибольший общий делитель любых двух из них равен 1, 2, 3, 5 или 7. Какое наибольшее количество из этих десяти чисел может делиться на 7?

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

10 класс

18 мая 2016 года

Вариант МА00610

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

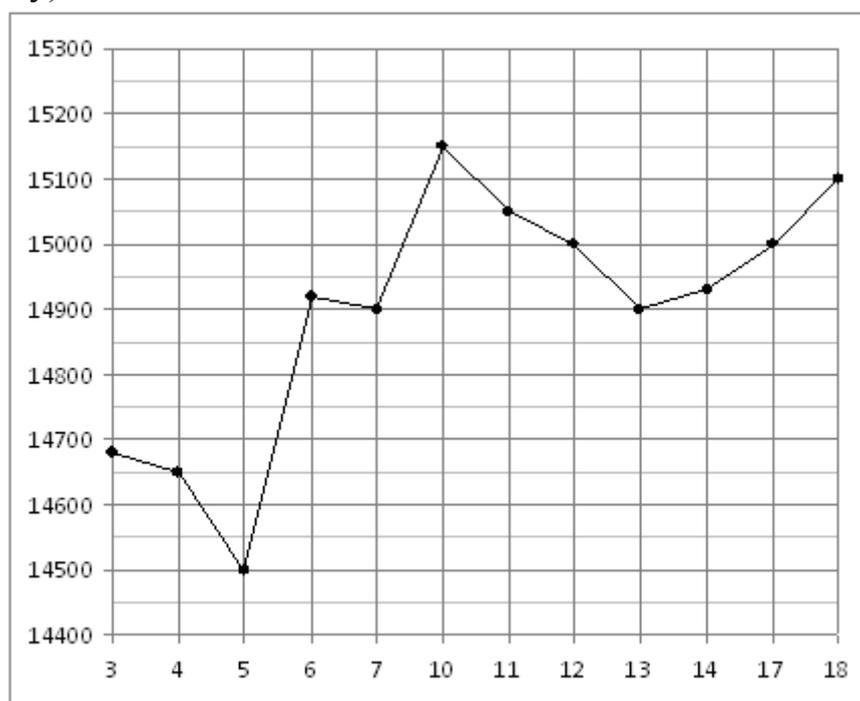
Часть 1

Ответом к каждому заданию является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** Студентами технических вузов собираются стать 36 выпускников школы. Они составляют 20 % от числа выпускников. Сколько в школе выпускников?

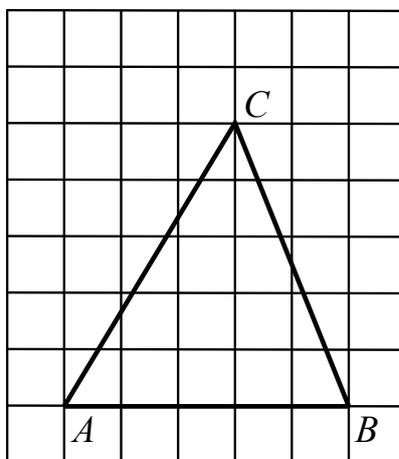
Ответ: _____.

- 2** На рисунке жирными точками показана цена олова на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 3 по 18 сентября 2007 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена тонны олова в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку разность между наибольшей и наименьшей ценой олова на момент закрытия торгов в указанный период (в долларах США за тонну).



Ответ: _____.

- 3 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник ABC . Найдите длину его средней линии, параллельной стороне AB .



Ответ: _____.

- 4 В соревнованиях по толканию ядра участвуют 7 спортсменов из Греции, 9 спортсменов из Болгарии, 5 спортсменов из Румынии и 4 — из Венгрии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, выступающий последним, окажется из Болгарии.

Ответ: _____.

Выполните только ОДНО из заданий: 5.1 или 5.2.

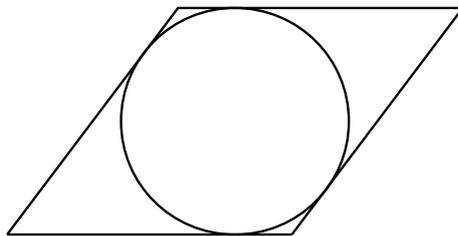
- 5.1 Найдите корень уравнения $\sqrt[3]{x+23} = 5$.

Ответ: _____.

- 5.2 Найдите корень уравнения $\log_5(x+23) = 3$.

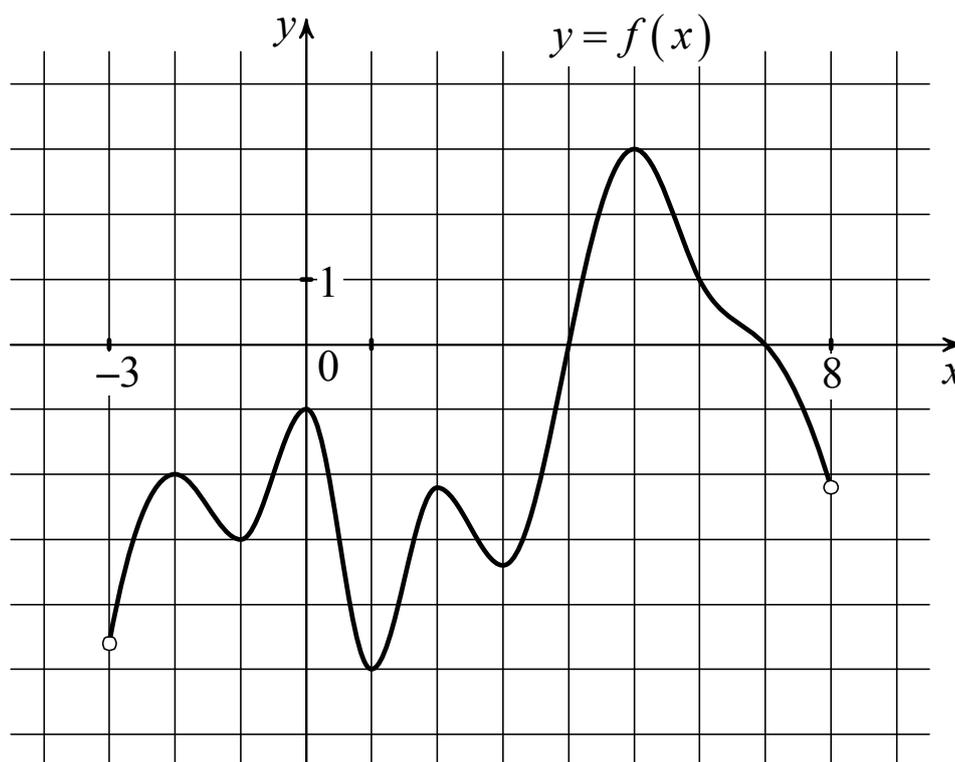
Ответ: _____.

- 6 Сторона ромба равна 64, острый угол равен 30° . Найдите радиус вписанной окружности этого ромба.



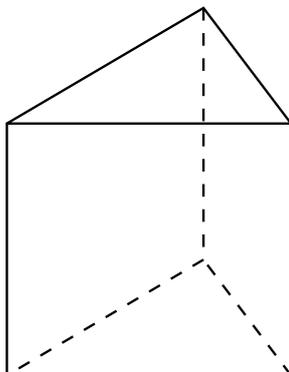
Ответ: _____.

- 7 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-3; 8)$. Найдите наибольшее значение функции $f(x)$ на отрезке $[-2; 2]$.



Ответ: _____.

- 8 Основанием прямой треугольной призмы служит прямоугольный треугольник с катетами 5 и 12, высота призмы равна 8. Найдите площадь её поверхности.



Ответ: _____.

Часть 2

- 9 Найдите значение выражения $\frac{18(\sin^2 24^\circ - \cos^2 24^\circ)}{\cos 48^\circ}$.

Ответ: _____.

- 10 При температуре 0°C рельс имеет длину $l_0 = 10$ м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону $l(t) = l_0(1 + \alpha \cdot t)$, где $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (\text{°C})^{-1}$ — коэффициент теплового расширения, t — температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 6 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия.

Ответ: _____.

- 11 Плиточник должен уложить 182 м^2 плитки. Если он будет укладывать на 1 м^2 в день больше, чем запланировал, то закончит работу на 1 день раньше. Сколько квадратных метров плитки в день планирует укладывать плиточник?

Ответ: _____.

Выберите и выполните только ОДНО из заданий 12.1 или 12.2.

12.1 Найдите точку минимума функции $y = (x + 8)^2 e^{8-x}$.

Ответ: _____.

12.2 Найдите точку минимума функции $y = x^3 - 2x^2 + x + 7$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $2 \sin x + \operatorname{tg} x = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$.

14 Дана правильная треугольная призма $ABCA_1B_1C_1$, все рёбра которой равны 8. Через точки A , C_1 и середину T ребра A_1B_1 проведена плоскость.

а) Докажите, что сечение призмы указанной плоскостью является прямоугольным треугольником.

б) Найдите угол между плоскостью сечения и плоскостью ACC_1 .

15 Решите неравенство

$$\frac{(x^2 + 7x + 12)(x + 3)}{x^2 + 6x + 8} + \frac{(x^2 + 8x + 15)(x + 3)}{x^2 + 7x + 10} \leq (x^2 + 1)(x^2 + 6x + 9).$$

16 Точка A расположена вне квадрата $KLMN$ с центром O , причём треугольник KAN прямоугольный ($\angle A = 90^\circ$) и $AK = 3AN$. Точка B лежит на стороне KN и $KB : BN = 2 : 1$.

а) Докажите, что прямая BM параллельна прямой AN .

б) Прямая AO пересекает сторону ML квадрата в точке P . Найдите отношение $LP : PM$.

17 В июле планируется взять кредит в банке на сумму 6 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:
— каждый январь долг возрастает на 20 % по сравнению с концом предыдущего года;
— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.
На сколько лет планируется взять кредит, если наибольший годовой платёж составит 1,8 млн рублей.

18 Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $(4x^2 - 8x)^2 + 2a|4x - 2x^2| - a - 1 = 0$ имеет или семь, или восемь решений.

19 а) Приведите пример десяти таких различных двузначных чисел, среди которых ровно 5 делятся на 3, ровно 5 делятся на 5, ровно 5 делятся на 7 и ровно 3 делятся на 15.
б) Существуют ли такие десять различных двузначных чисел, среди которых ровно 6 делятся на 3, ровно 7 делятся на 5, ровно 8 делятся на 7?
в) Про десять различных двузначных чисел известно, что наибольший общий делитель любых двух из них равен 1, 2, 3, 5 или 7. Какое наибольшее количество из этих десяти чисел может делиться на 5?

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

10 класс

18 мая 2016 года

Вариант МА00611

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

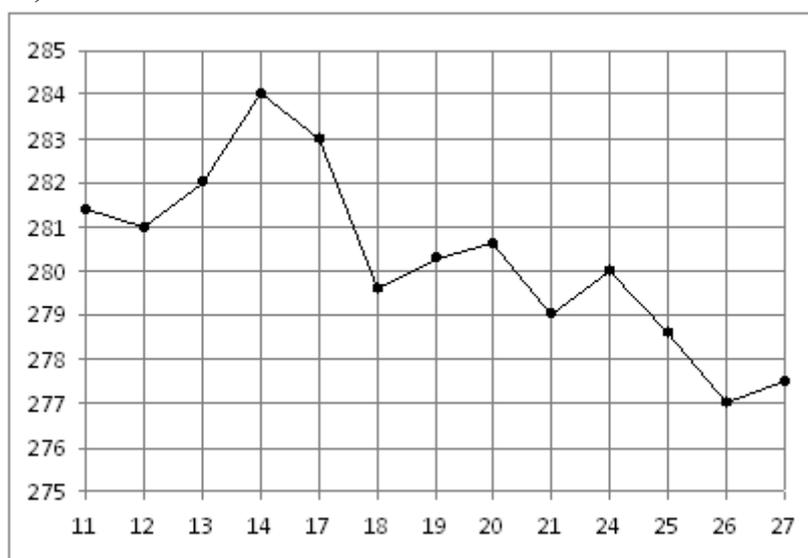
Часть 1

Ответом к каждому заданию является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** Студентами технических вузов собираются стать 66 выпускников школы. Они составляют 40 % от числа выпускников. Сколько в школе выпускников?

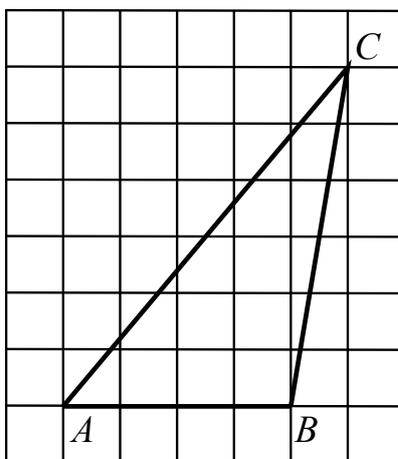
Ответ: _____.

- 2** На рисунке жирными точками показана цена золота на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 11 по 27 июля 2000 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена унции золота в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку разность между наибольшей и наименьшей ценой золота на момент закрытия торгов в указанный период (в долларах США за унцию).



Ответ: _____.

- 3 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник ABC . Найдите длину его средней линии, параллельной стороне AB .



Ответ: _____.

- 4 В соревнованиях по толканию ядра участвуют 4 спортсмена из Эстонии, 6 спортсменов из Латвии, 3 спортсмена из Литвы и 7 — из Польши. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, выступающий последним, окажется из Литвы.

Ответ: _____.

Выполните только ОДНО из заданий: 5.1 или 5.2.

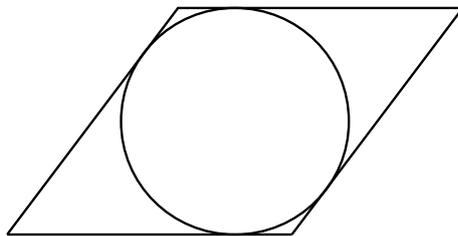
- 5.1 Найдите корень уравнения $\sqrt[3]{12+x} = 4$.

Ответ: _____.

- 5.2 Найдите корень уравнения $\log_4(12+x) = 3$.

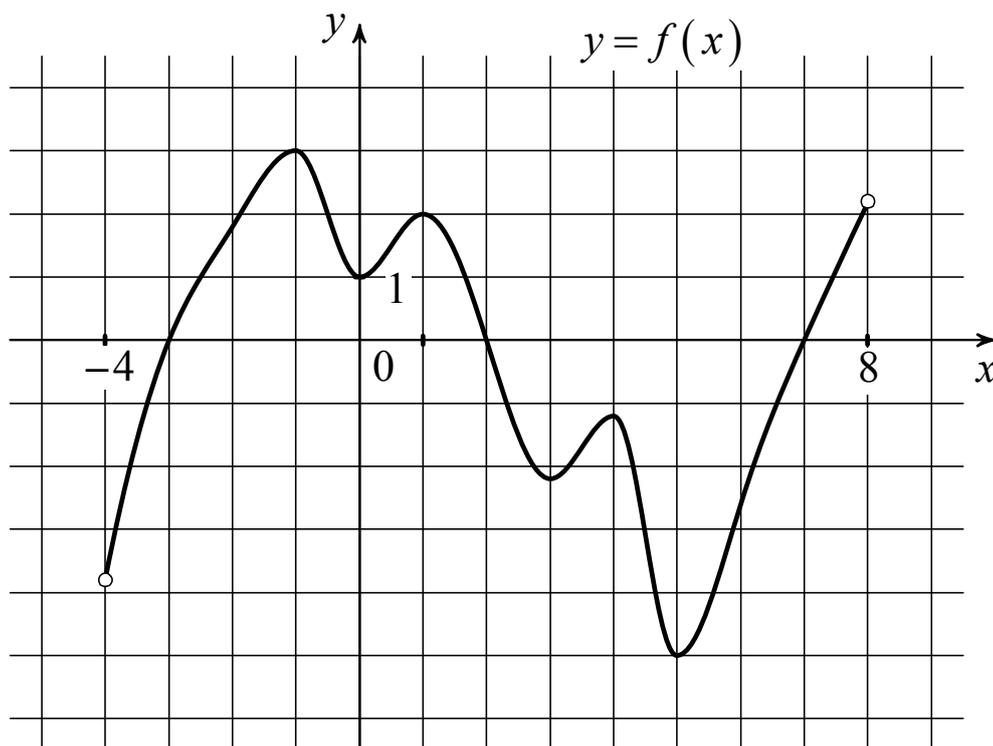
Ответ: _____.

- 6 Сторона ромба равна 76, острый угол равен 30° . Найдите радиус вписанной окружности этого ромба.



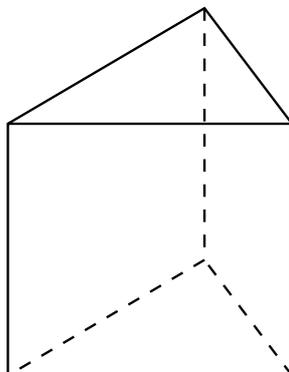
Ответ: _____.

- 7 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-4; 8)$. Найдите наибольшее значение функции $f(x)$ на отрезке $[0; 4]$.



Ответ: _____.

- 8 Основанием прямой треугольной призмы служит прямоугольный треугольник с катетами 9 и 12, высота призмы равна 7. Найдите площадь её поверхности.



Ответ: _____.

Часть 2

- 9 Найдите значение выражения $\frac{7(\sin^2 11^\circ - \cos^2 11^\circ)}{\cos 22^\circ}$.

Ответ: _____.

- 10 При температуре 0°C рельс имеет длину $l_0 = 10$ м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону $l(t) = l_0(1 + \alpha \cdot t)$, где $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (\text{°C})^{-1}$ — коэффициент теплового расширения, t — температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 3 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия.

Ответ: _____.

- 11 Плиточник должен уложить 280 м^2 плитки. Если он будет укладывать на 9 м^2 в день больше, чем запланировал, то закончит работу на 7 дней раньше. Сколько квадратных метров плитки в день планирует укладывать плиточник?

Ответ: _____.

Выберите и выполните только ОДНО из заданий 12.1 или 12.2.

12.1 Найдите точку минимума функции $y = (x + 11)^2 e^{7-x}$.

Ответ: _____.

12.2 Найдите точку минимума функции $y = x^3 + 6x^2 + 9x + 96$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $2 \sin x + \sqrt{2} \operatorname{tg} x = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

14 Дана правильная треугольная призма $ABCA_1B_1C_1$, все рёбра которой равны 6. Через точки A , C_1 и середину T ребра A_1B_1 проведена плоскость.

а) Докажите, что сечение призмы указанной плоскостью является прямоугольным треугольником.

б) Найдите угол между плоскостью сечения и плоскостью ACC_1 .

15 Решите неравенство

$$\frac{(x^2 + 5x + 4)(x + 1)}{x^2 + 6x + 8} + \frac{(x^2 + 4x + 3)(x + 1)}{x^2 + 5x + 6} \leq (x^2 + 1)(x^2 + 2x + 1).$$

16 Точка A расположена вне квадрата $KLMN$ с центром O , причём треугольник KAN прямоугольный ($\angle A = 90^\circ$) и $AK = 2AN$. Точка B — середина стороны KN .

а) Докажите, что прямая BM параллельна прямой AN .

б) Прямая AO пересекает сторону ML квадрата в точке P . Найдите отношение $LP : PM$.

- 17** В июле планируется взять кредит в банке на сумму 28 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:
- каждый январь долг возрастает на 25 % по сравнению с концом предыдущего года;
 - с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
 - в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.
- На сколько лет планируется взять кредит, если наибольший годовой платёж составит 9 млн рублей?

- 18** Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $(x^2 - 4x)^2 + a|4x - x^2| - 2a - 4 = 0$ имеет семь или восемь решений.

- 19**
- а) Приведите пример десяти таких различных двузначных чисел, среди которых ровно 5 делятся на 2, ровно 5 делятся на 3, ровно 5 делятся на 5 и ровно 3 делятся на 6.
 - б) Существуют ли такие десять различных двузначных чисел, среди которых ровно 7 делятся на 3, ровно 7 делятся на 5, ровно 7 делятся на 7?
 - в) Про десять различных двузначных чисел известно, что наибольший общий делитель любых двух из них равен 1, 2, 3, 5 или 7. Какое наибольшее количество из этих десяти чисел может делиться на 7?

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

10 класс

18 мая 2016 года

Вариант МА0012

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

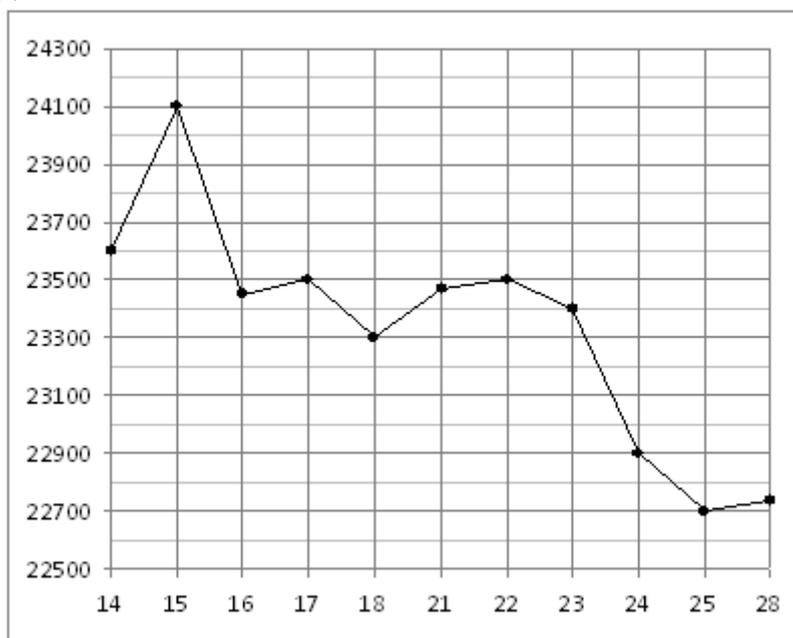
Часть 1

Ответом к каждому заданию является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** Студентами технических вузов собираются стать 12 выпускников школы. Они составляют 8 % от числа выпускников. Сколько в школе выпускников?

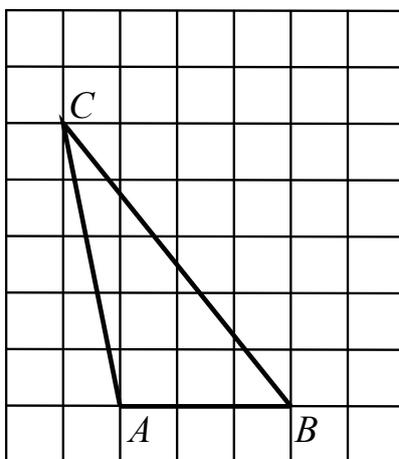
Ответ: _____.

- 2** На рисунке жирными точками показана цена олова на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 14 по 28 июля 2008 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена тонны олова в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку разность между наибольшей и наименьшей ценой олова на момент закрытия торгов в указанный период (в долларах США за тонну).



Ответ: _____.

- 3 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник ABC . Найдите длину его средней линии, параллельной стороне AB .



Ответ: _____.

- 4 В соревнованиях по толканию ядра участвуют 9 спортсменов из Великобритании, 3 спортсмена из Франции, 4 спортсмена из Германии и 9 — из Италии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, выступающий последним, окажется из Германии.

Ответ: _____.

Выполните только ОДНО из заданий: 5.1 или 5.2.

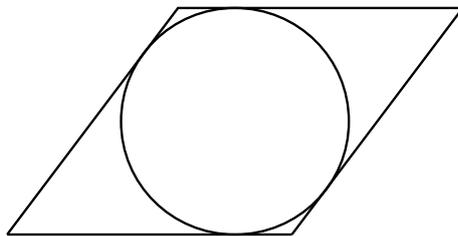
- 5.1 Найдите корень уравнения $\sqrt[4]{5-x} = 3$.

Ответ: _____.

- 5.2 Найдите корень уравнения $\log_3(5-x) = 4$.

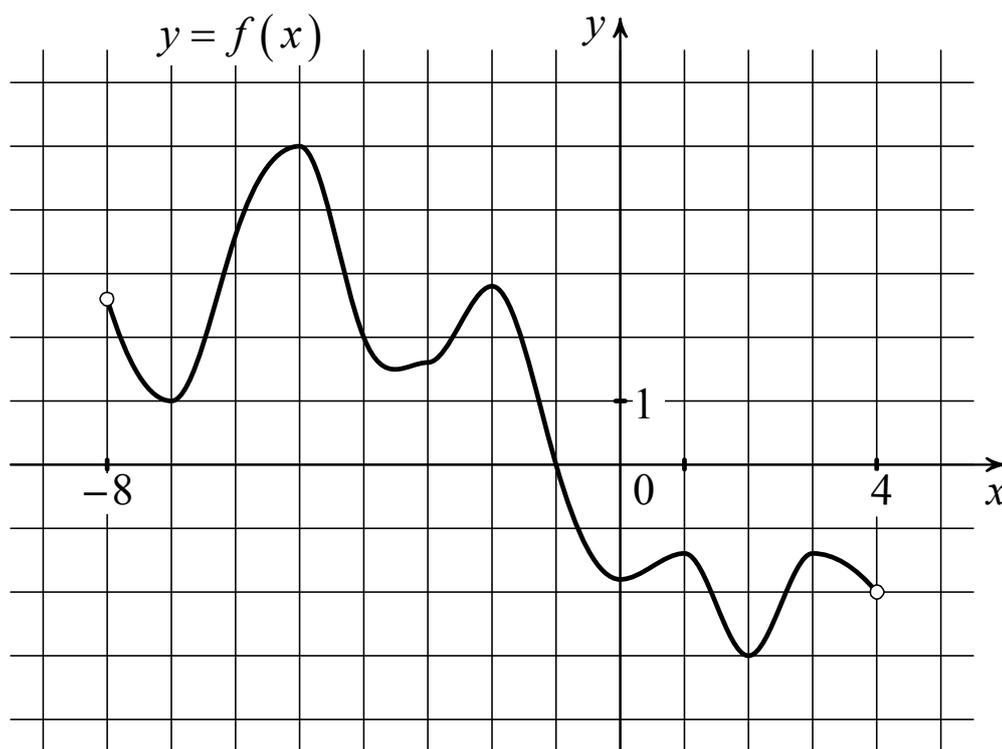
Ответ: _____.

- 6 Сторона ромба равна 96, острый угол равен 30° . Найдите радиус вписанной окружности этого ромба.



Ответ: _____.

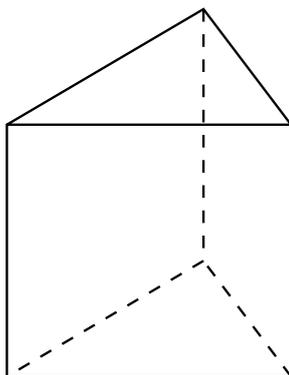
- 7 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-8; 4)$. Найдите наименьшее значение функции $f(x)$ на отрезке $[-7,5; -4]$.



Ответ: _____.

8

Основанием прямой треугольной призмы служит прямоугольный треугольник с катетами 6 и 8, высота призмы равна 8. Найдите площадь её поверхности.



Ответ: _____.

Часть 2

9

Найдите значение выражения $\frac{15(\sin^2 69^\circ - \cos^2 69^\circ)}{\cos 138^\circ}$.

Ответ: _____.

10

При температуре 0°C рельс имеет длину $l_0 = 12,5$ м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону $l(t) = l_0(1 + \alpha \cdot t)$, где $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (\text{°C})^{-1}$ — коэффициент теплового расширения, t — температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 3 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия.

Ответ: _____.

11

Плиточник должен уложить 280 м^2 плитки. Если он будет укладывать на 4 м^2 в день больше, чем запланировал, то закончит работу на 8 дней раньше. Сколько квадратных метров плитки в день планирует укладывать плиточник?

Ответ: _____.

Выберите и выполните только ОДНО из заданий 12.1 или 12.2.

12.1 Найдите точку минимума функции $y = (x - 6)^2 e^{24-x}$.

Ответ: _____.

12.2 Найдите точку минимума функции $y = x^3 + 12x^2 + 36x + 3$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $2 \sin x + \operatorname{tg} x = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$.

14 Дана правильная треугольная призма $ABCA_1B_1C_1$, все рёбра которой равны 8. Через точки A , C_1 и середину T ребра A_1B_1 проведена плоскость.

а) Докажите, что сечение призмы указанной плоскостью является прямоугольным треугольником.

б) Найдите угол между плоскостью сечения и плоскостью ACC_1 .

15 Решите неравенство

$$\frac{(x^2 + 7x + 12)(x + 3)}{x^2 + 6x + 8} + \frac{(x^2 + 8x + 15)(x + 3)}{x^2 + 7x + 10} \leq (x^2 + 1)(x^2 + 6x + 9).$$

16 Точка A расположена вне квадрата $KLMN$ с центром O , причём треугольник KAN прямоугольный ($\angle A = 90^\circ$) и $AK = 3AN$. Точка B лежит на стороне KN и $KB : BN = 2 : 1$.

а) Докажите, что прямая BM параллельна прямой AN .

б) Прямая AO пересекает сторону ML квадрата в точке P . Найдите отношение $LP : PM$.

- 17** В июле планируется взять кредит в банке на сумму 6 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:
- каждый январь долг возрастает на 20 % по сравнению с концом предыдущего года;
 - с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
 - в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.
- На сколько лет планируется взять кредит, если наибольший годовой платёж составит 1,8 млн рублей.

- 18** Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $(4x^2 - 8x)^2 + 2a|4x - 2x^2| - a - 1 = 0$ имеет или семь, или восемь решений.

- 19**
- а) Приведите пример десяти таких различных двузначных чисел, среди которых ровно 5 делятся на 3, ровно 5 делятся на 5, ровно 5 делятся на 7 и ровно 3 делятся на 15.
 - б) Существуют ли такие десять различных двузначных чисел, среди которых ровно 6 делятся на 3, ровно 7 делятся на 5, ровно 8 делятся на 7?
 - в) Про десять различных двузначных чисел известно, что наибольший общий делитель любых двух из них равен 1, 2, 3, 5 или 7. Какое наибольшее количество из этих десяти чисел может делиться на 5?